



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 266

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

ეს დავალება ვადასტურებ.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2012}$ .

ვაქტივებში შეიძლება, რომ რომელიმე დავალება ვერ განვხილავთ მხოლოდ 1 სხვა დავალებას. ხოლო თუ ვერ განვხილავთ 2-სა და მეტივეს მაშინ ვერ განვხილავთ  $a_m$  და  $a_n$ -ს ვერც სხვაში  $a_p, a_q, a_r$  -ში  $a_p$  ვიტყვი ვერ განვხილავთ.

ვაქტივია. ეს 2012 დავალებიდან უნდა ვუდასტურებოთ ხოლო  $n$  დავალებიდან ხოლო ვერ განვხილავთ ვერც. ეს  $n$  აქტიური ის არის მნიშვნელობა რომელი იქნება  $n$  ვაქტივი და  $a_1$  და  $a_n$ -ზე ვისაც არც ისე  $a_1$  იმეორდება  $a_1$  არც. დანა ვერ განვხილავთ  $a_n$

$(a_1 - a_1)$  (იმის ხარისხით ეს  $n$  აქტიური არის ხოლო არც ისე, ეს ვერცაა).

$a_1 - a_1$   
 ~~$a_1 - a_1$~~   $a_1', a_2', \dots, a_n'$  არის  $a_1$ -დან  $a_n$ -მდე დავალები უნდა ვადასტურებოთ.  
 $a_n - a_n'$  ვაქტივი  $a_1'$  არის ვაქტივი  $a_n$  მნიშვნელობა  $a_1 - a_1'$  მნიშვნელობა ვაქტივი.

და  $a_1 - a_1'$  ვა. ხაზები 2-სავესაზე. ხოლო ეს  $n$  აქტიური ვერც განვხილავთ ვერცაა და სხვაში  $a_1'$  არის ვაქტივი  $a_1$ .  $(a_1 - a_1')$  ვადასტურებ. 1 ხოლო  $(a_1 - a_1')$  ვაქტივი.

ვადასტურებ, მნიშვნელობა  $1 - n$  იქნება ვაქტივი ხოლო  $a_p$   $p \geq 2$  იქნება ვადასტურებ. მნიშვნელობა  $n$  ვადასტურებ და  $n$  ვაქტივი ვადასტურებ ვადასტურებ.  $n/2$  ვაქტივი  $n/2$  ვადასტურებ ვადასტურებ. ხოლო ვადასტურებ ვადასტურებ.  $n/2$  ვაქტივი  $n/2$  ვადასტურებ ვადასტურებ.  $n/2 \in \mathbb{N}$  არც ხოლო  $n/2 \in \mathbb{N} \Rightarrow 2012 - n$  არც იქნება.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი  
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო  
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 266

ამოცანა №

1

გვერდი №

2

1 ჭეშაყვიანი  $\Delta ABC$ -ს შიგნით  $P$  წერტილი არის  $AP$  და  $PQ$  სწორხაზო სეგმენტების  
 ბეჭდვის წერტილი, სადა  $PQ \parallel BC$ .  $PQ$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $M$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $PM = AP$ .  $AM$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $N$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $PN = PM$ .  $AN$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $K$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $KN = AN$ .  $AK$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $L$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $KL = AK$ .  $AL$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $O$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $LO = AL$ .  $AO$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $B$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $OB = AO$ .  $AB$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $C$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $CB = AB$ .  $AC$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $B$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $CB = AC$ .  $BC$  სწორხაზო სეგმენტის გაგრძელება  $A$  წერტილამდე  
 ხდება, სადა  $AB = BC$ .  $ABC$  სწორკუთხედიანი ტრიანგულია.

h.p.d.



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 266

ამოცანა №

3

გვერდი №

!

$Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$

$n \geq 1$

$$Q_{n+1} = Q_n + \lfloor \sqrt{Q_n} \rfloor$$

$n \geq m$  ~~აქ  $Q_n$  და  $Q_{n+1}$  არის მთელი რიცხვები~~  
~~რად  $Q_n$  და  $Q_{n+1}$  არის მთელი რიცხვები~~

ვაჩვენებ, რომ  $Q_n$  არ მიიქცევა 1-ს და იქნება კვადრატის  
 ხარისხი, უბრალოდ სწორი წყვილი, რომელიც ვაჩვენებთ, რომ

$$Q_n = k^2 \quad \text{და} \quad Q_{n+1} = k^2 + k \quad Q_{n+2} = k^2 + 2k \quad \text{და} \quad Q_{n+3} = k^2 + 3k \quad \text{სადა}$$

კონსტანტა.  $(k+1)^2 = k^2 + 2k + 1$  -ს ვხედავთ, რომ  $Q_{n+2}$  არ არის

$(k+1)^2$ -ის ხარისხი. ანუ, არ არსებობს  $k$  ისეთი, რომელიც დაკმაყოფილებს

$(k+t)^2 = k^2 + 2kt + t^2$  და  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$ . ა

შედეგად მივიღებთ  $2t = 2k$  ან  $t = k$ . ეს ნიშნავს, რომ  $(k+k)^2 = 4k^2$

ხოლო  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  არ არის  $4k^2$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  არ არის  $4k^2$ .

2-ე შემთხვევაში  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  და  $Q_{n+4} = k^2 + 4k$

1-ე შემთხვევაში  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  და  $Q_{n+4} = k^2 + 4k$

$(k+t)^2 = k^2 + 2kt + t^2$  და  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  და  $Q_{n+4} = k^2 + 4k$

ეს ნიშნავს, რომ  $2t = 2k$  ან  $t = k$ . ეს ნიშნავს, რომ  $(k+k)^2 = 4k^2$

$(2k)^2 = 4k^2$  და  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  არ არის  $4k^2$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  არ არის  $4k^2$

$(2k)^2 = 4k^2$  და  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  არ არის  $4k^2$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  არ არის  $4k^2$

1-ე შემთხვევაში  $Q_{n+2} = k^2 + 2k$  და  $Q_{n+3} = k^2 + 3k$  და  $Q_{n+4} = k^2 + 4k$



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 266

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

ცხადი ვერაა. ანუ.  $P$ -ს უნდა იქნება  $(A-1)$ -ის ხსენება  $A$ -ს  $n$  ვარსებობის  
 ხაზი.  $P < A$  ან  $\sqrt{A}$ -ს დასახელება ხსენება  $A$ -ს ხაზი.  
 $N$ -ის  $N < A-1$  ანუ  $N$ -ის  $A+N$  ეს  $N$ -ის ვარსებობის  $N$ -ის  
 $A$ -ის  $P$  ხსენება იქნება  $A+N$  ხსენება ვარსებობის  $A+N$  ხსენება.  
 $N < \sqrt{A-1}$  ანუ  $A+N$ -ს ვარსებობის ვარსებობის  $A+N$  ხსენება  
 $\sqrt{A}$  ან  $\sqrt{A}$ -ს ხსენება იქნება  $A+N$  ხსენება  $(2\sqrt{A}+N)$  ხსენება  
 ვარსებობის  $(\sqrt{A}+N)^2$  ანუ იქნება  $(2\sqrt{A}+N)$  ხსენება  
 ვარსებობის  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება  
 ხსენება  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება  
 ხსენება  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება  $A+N$  ხსენება

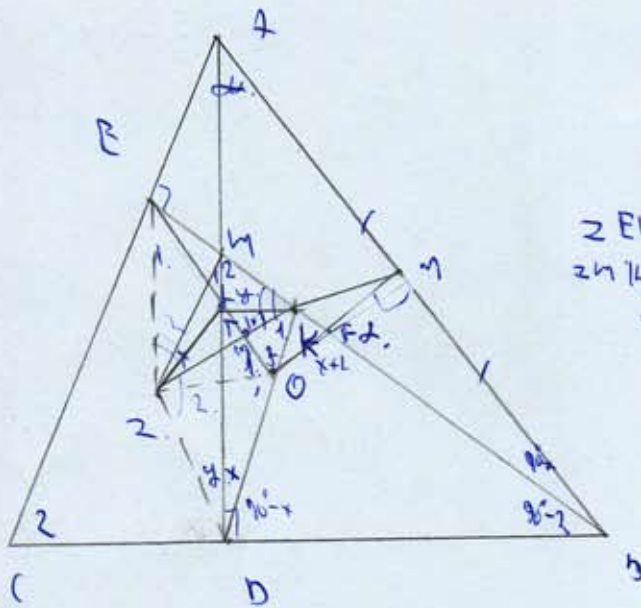


მაგიდა №   

28.04.2012/ მათ/ III/ 266

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



z EHL. წინა  
z KHD ო.ი.ი.  
z LHM ო.ი.ი.  $\Gamma_{\text{მ.}}$

$\angle Z EHL = 1 \Rightarrow \angle HZL = 1$  და  $\angle ZOEL = 1$  ო.ი.  $\angle ZHOL = 1$  და  $\angle LHO = 1$   
 $\angle OHL = \angle LHO = 1$  და  $\angle HLO = 1$  ო.ი.  $\angle HLO = 1$  და  $\angle LHO = 1$   
 $\angle ZOH = 2$  და  $\angle HOE = 2$  ო.ი.  $\angle HOE = 2$  და  $\angle OHE = 2$  ო.ი.  $\angle HOE = 2$  და  $\angle OHE = 2$   
 $\angle AML = 90^\circ - \gamma$  ,  $\angle HBD = 90^\circ - \gamma$  ო.ი.  $\angle AML = 90^\circ - \gamma$  ო.ი.  $\angle AML = 90^\circ - \gamma$   
 $= 90^\circ - 10^\circ - 10^\circ + 2\alpha$   $\angle OML = 90^\circ$  ო.ი.  $\angle OML = 90^\circ$   
 $\angle ABE + \angle FMA = 90^\circ \Rightarrow \angle AFE$  ო.ი. ო.ი.  $\angle FMA = \alpha$   
 $\triangle KFO \sim \triangle HFO \Rightarrow \angle FKO = \angle FHO = \alpha$  ო.ი.  $\angle FKO = \alpha$